

Письменный экзамен по математике для поступающих в 8 физико-математический класс

Вариант 1.

1. Вычислите: $\left(\frac{37,79 + 56,93}{37,79 - 56,93} - \frac{37,79 - 56,93}{37,79 + 56,93} \right) \left(\frac{37,79^2 - 56,93^2}{37,79 \cdot 56,93} \right)$
2. Разложите на множители:
 $4(2n - 7)^2 - 25(3n - 1)^2$.
3. Решите уравнения: $(2x - 3)^2 - (2x + 1)(2x - 5) = 3x + 24$;
4. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{3x-1}{5} + 3y - 4 = 15; \\ \frac{3y-5}{6} + 2x - 8 = 7\frac{2}{3}. \end{cases}$$
5. Дана линейная функция $y = kx + b$.
При каких k и b ее график проходит через точки $M(3;5)$ и $N(-3;7)$?
Найдите эту функцию и постройте ее график;
В каких точках этот график пересекает оси координат?
6. С противоположных берегов реки одновременно навстречу друг другу отправляются паромы с постоянной скоростью. Они встречаются на расстоянии 450 метров от одного из берегов и продолжают свой путь к противоположному берегу, достигнув которого, тут же с той же скоростью отправляются обратно. Какова ширина реки, если во время второй встречи расстояние до другого берега от этих паромов было равным 250 метрам?
7. Малыш на доске записал число 200620052004200320022001. Затем Карлсон начал с записанным числом проделывать следующие операции: умножать его на 6, а потом вычеркивать из полученного числа цифру десятков. Эту операцию Карлсон проделывал до тех пор, пока число не стало однозначным. Какое число осталось на доске?
8. Можно ли в клетках квадратной таблицы размера 4×4 разместить натуральные числа от 1 до 16 (каждое из них должно встретиться по одному разу) так, чтобы суммы всех чисел в каждой строке были нечетными, а суммы всех чисел в каждом столбце – четными? (Если можно, то как, если нет, то почему?)
9. Как-то встретились мудрец, хитрец и лжец. (Известно, что мудрец всегда говорит правду, лжец – лжет, а хитрец, если ему сказали правду, говорит правду, если ложь – лжет, а если он говорит первый, то он лжет.) Между ними состоялся разговор:
Первый сказал второму: «Ты – хитрец».
Второй ему ответил: «Ты лжешь, это ты – хитрец».
На что третий возразил: «Вы оба лжете, хитрец – это я!».
Определите, кто из них мудрец, хитрец и лжец.
10. Как разрезать квадрат прямолинейными разрезами на несколько частей так, чтобы из них можно было сложить 8 одинаковых квадратов (без дырок и наложений)?